

## 対数順位分布法による都市人口の考察

中峠哲朗\* 金坂清則\*\*

Logarithmic Rank-Size Relation of City Population

Tetsuro NAKATAO, Kiyonori KANASAKA\*

( Received Feb.7, 1987 )

Rank-size relation formulated by Zipf is usually used for the discussion of the distribution of city population, whereas the origin of the distribution is not clarified. The present paper assumes the random origin of the distribution, so that the logarithmic rank-size relation, given by NAKATAO, is used. In the practice, the distribution of the city population  $y$  depending on the rank  $i$  is approximated by the sum of the two groups A and B, that is,

$$y = Y_A \exp(-i/H_A) + Y_B \exp(-i/H_B)$$

where  $Y$  and  $H$  are constants, suffixed by A and B for respective group.

The results  $Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $H_A$ ,  $H_B$  and the cross point between two groups,  $n$ , in 1875~1975 are given in the figure. Sudden jump is observed between 1930~1940 for  $Y_A$  and  $Y_B$  and slow increasement is in the other period. Moreover, sudden jump of the curve can be improved into a smooth one under consideration of the change of administrative city area.

### 1. 序

都市の階層については、クリスタラー(W. Christaller)の研究以来、膨大な研究の蓄積によって、国、地方、県、あるいは世界における都市が数階層に区分されることが地理学の分野において明らかになっている。他方、アウエルバッハ(F. Auerbach)は都市人口の大きさと順位との関係について、 $R$ を順位の数、 $P_R$ を順位 $R$ の都市人口、 $M$ を定数としたとき、 $R P_R = M$ なる式の成り立つこと指摘した。ついで、ツィプフ(G. K. Zipf)は上式をさらに一般化して、 $R^n P_R = M$ ( $n$ は定数)の成

\* 工学部応用物理学科

\*\* 教育学部社会科

り立つことを指摘し、ツィプフの法則として広く用いられている。さらに、両者の関係について、それらが形式的には同一の法則であることを示したベリー (B. J. L. Berry) とギャリソン (W. L. Garrison) の研究をはじめ、すでにかんりの研究が蓄積されてきており、それらについては成田<sup>1)</sup>がかなりまとめて述べている。

他方このようなツィプフの順位分布は鈴木が指摘しているように、言語学や生物学、天文学などの分野で広く成立することが報告されてきており、鈴木はこの分布の成立に関して幾つかの仮定から出発する数学的討論を行なっている<sup>2)</sup>。

ところで、以上の研究とは別に、中峠等は、KCI単結晶の自然へき開片の片長<sup>3) 4)</sup>、鋼中の粒子径<sup>5)</sup>、鋼の衝撃破壊面の粗さ<sup>6)</sup>などについて順位分布を調べ、変数  $y$  と順位  $i$  との間に定数  $Y$ 、 $H$  を用いた対数順位法則

$$y = Y \exp(-i/H), \quad (\log y = \log Y - i/H) \quad (1)$$

が広く成り立つことを指摘してきた(なおこれまでは指数順位分布と呼んでいたが、今回それを対数順位分布と改めた)。またこの法則がかんり一般性を持つ点に着目して、その法則が数学的にはランダムな原因によるガウス分布の1近似として成立することを示した<sup>7)</sup>。

ところで、各都市を全体としての都市群の構成要素として見ると、その中で各都市の順位分布は無秩序的なものであると考えられる可能性がある。そこで今回は、第一に都市人口の順位分布にランダムな分布を仮定することの可能性、第二に都市人口におけるこの順位分布の成立の可否を、対数順位分布の研究の一環として試論的に検討しようとする。

## 2. 順位分布の概要

### 2.1 都市人口の順位分布

都市の順位分布の全体像を数値的に記述する試みについては序に述べたが、その実施の一例として日本での1920(大正9)年における都市人口の順位分布をアウエルバッハの方法で両対数グラフ上に図示したものが図1(a)である。この方法では分布の特性を示す定数は  $M$  のみであり、実際に図を見ると、アウエルバッハの近似式は順位分布の概略を簡単に示している。しかし国によってはこの特性が直線から大きく外れることがある。ツィプフの法則で近似すると、定数が  $n$ 、 $M$  の2つに増加しているので、近似もかなり良くなる。そしていずれもグラフ上の直線として簡単に処理し得る点で極めて扱い易いという利点がある。さらに定数の数を増加すれば近似が良好となる。しかしこの点に関する検討は行なわれておらず、分布のうち特に大きい屈曲点に着目するといった個別的観点に重点が置かれている。これについてはアウエルバッハの表式の成立根拠が明らかでないこと、及び全体としての単一近似が可能であるように見えることの2点が大きく影響していると思われる。

他方この法則が一般性を持つことの数学的基礎づけについては2つの問題が残されている。すなわち、論文によって、それぞれ異なった仮定から出発しているけれども、共通した点として、出発点とする仮定が如何にして普遍的に成立するかという問題および複雑な計算から結論を導く間での近似過程における近似条件の妥当性が保留されている点であり、比較的新しいグウセイノーゼイド (Guseyn-Zade)<sup>8)</sup> 及び彼の方法を日本の都市について適用した菊池の報告<sup>9)</sup>でも、この点の改善はなされていない。

## 2.2 対数順位分布

対数順位分布は定数を2個用いる近似であるが、それについて中峠は次のことを報告した。第一に、一般的なランダムな切断によってこの分布が得られる。たとえば全長 $L$ の線をランダムに $n$ 個に切断し、順位分布を求めると、 $n$ が極端に小さい時を除き、対数順位分布で近似し得ることをコンピューター・シミュレーションによって示し、定数の表式化も行なった。対数順位分布(1)式では片対数目盛りのグラフ用紙に順位分布をプロットすれば直線が得られるので、それにより容易に2つの定数 $Y, H$ を求めることが出来る点は、法則が成立するか否かをまず直観的に判断し得るといふ点から見れば、アウエルバッハの方法と大差はない。

第二に、この法則の一般性の根拠として、ガウス分布

$$y = A \exp(-x^2/h^2) \quad (2)$$

のうち、大きい値のみを対象としたとき、それが対数順位分布と近似的に合致し、

$$\begin{aligned} h &= aY_0, \quad X = h\xi(\alpha, \varepsilon) \\ a &= \alpha(1-\varepsilon)h, \quad \alpha \doteq \exp(-1/2) \end{aligned} \quad (3-1)$$

の関係が成立することが数学的に示される。ここに $\varepsilon$ は近似における許容誤差(相対値)であり、 $\varepsilon$ は

$$\exp(-\xi^2/2) = \alpha(1-\varepsilon)^2 \quad (3-2)$$

の解である。これらの結果より、対数順位分布はランダムな原因により生成された集団に関して広く適用し一表現であるといふことができる。

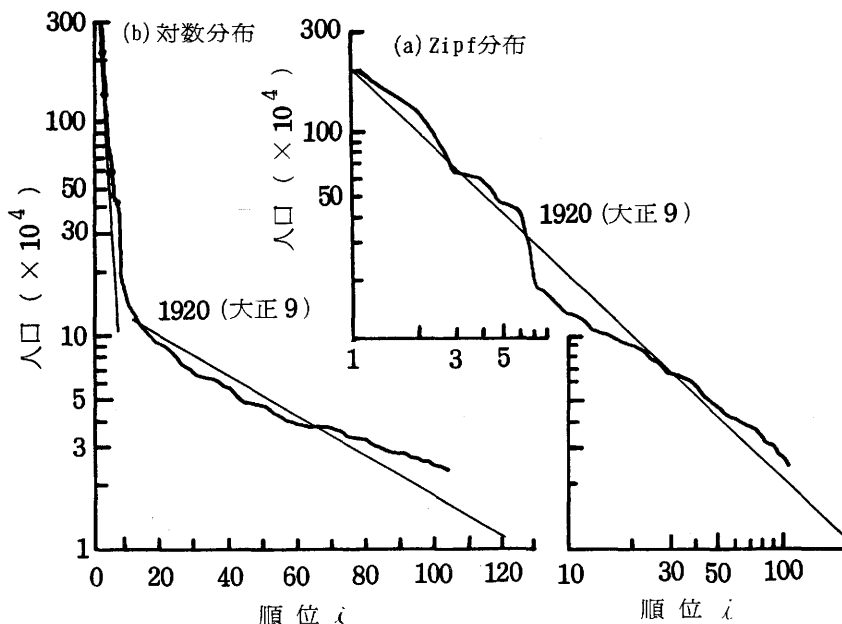


図-1 日本国内の都市人口の順位分布の例

本報告では対数順位分布を用いて都市人口の問題を処理する際の数学的、技術的側面についてやや詳しく報告する。

### 3. 都市人口の対数順位分布による近似

#### 3.1 対数順位分布の採用

対数順位分布を都市人口分布に適用するに当たって、次の点に注意しておきたい。まず序に述べたツィプフの法則による順位分布は経験則として用い得るが、2.1に述べたようにその法則が一般的に成立する点を含めた検討は十分でないように思われる。すなわちツィプフの法則については、都市人口の順位分布の起源、その統計的特徴と都市人口の形成との関連など、多くの問題を検討する必要があるけれども、それらについては不明のまま残されている。

もちろん、ツィプフの法則は経験的に成り立つものであるから、それによる近似で得られたパラメーターを構成要素の特質と対応させて、都市人口の時間的変化について討論することはある程度可能であり、これまで多くの報告がこの立場で行なわれている。

都市の発生とその発展については複雑な因子が採用するので、ここではそれを論じようとするものではない。

しかし今回は都市人口の順位分布をもっぱら数学的な問題として検討するものであり、必ずしも従来の地理学の分野における研究と適合しない部分もある。だがその点は次の課題とし、ひとまず次のように考える。すなわち、少なくとも小人口集落群の段階から10~100倍も人口が増加する段階で逐次大都市が形成される過程においては、その都市人口の統計的分布に特別な必然性があったと仮定するよりも、偶然的な分布をもっていくつかの大都市が形成されるという方式で都市が逐次発展し、結果的に現状に到達したと仮定する方が妥当であると考えれば、対数順位分布を用いてその順位分布を論じることには十分な根拠がある。これについて次項に述べる。

#### 3.2 2種類分布の導入と都市人口変化のモデル

図1(a)のデータを片対数グラフに描いて同図(b)に示した。大部分の都市は直線上に配列し、(1)式でよく近似し得る。しかし、さらに順位の低い部分はこの直線から著しく外れているので、これを新しい直線で近似し、追加すれば一層良好な結果が得られる。したがって2種類の対数順位分布を想定することができる。そこで、その現われる過程を一般モデルとして次に述べる。(図2参照)

##### A. 都市人口変化のモデル

(A1) 小人口の集落が分散的に分布し、それら相互間の相互作用は小さい(例えば交通、輸送手段が徒歩を中心とする場合である)とする。各集落は概ね独立した圏域であり、近隣との交流は小さい。この場合、人口の統計的分布はある1つのランダムな形式をとる。

(A2) 交通手段、貨物運搬手段の増加、発達により隣接集落相互間の結合が強くなり、相互作用域が広がる。このとき、上記A1での集落の相互において選択が行なわれ、そこからやや数の少ない都市(都市人口の規模は小さい)が形成される。もちろんこの間に人口増加も見られるが、その増加は多数の集落よりもむしろ少数の都市において生じる。

(A3) 上記A1~A2の過程と同様な状況が逐次繰り返されると、相互作用域の拡大にもなって、一層少数の都市が大都市として成長する。しかし大都市とその他の多数の都市との差はまだ明

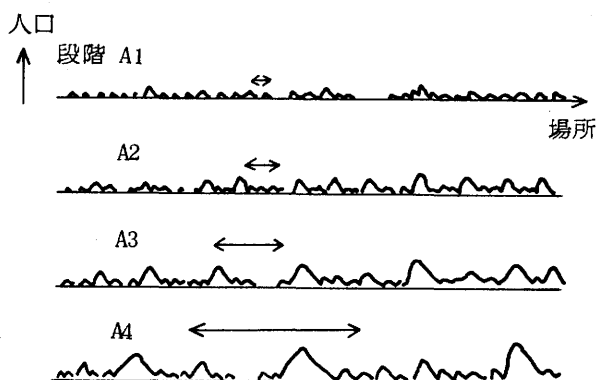


図-2 都市人口配置の変化モデル  
(矢印は都市間相互交流範囲の目安を示す)

際でなく、したがって都市人口の順位分布は1種類の分布をなすものとみなしうる。

(A4) 次に相互作用の範囲が極めて大きくなると、ごく少数の大都市がより選択的に急成長し、その結果、全体としての都市人口の順位分布は2種類の分布を示すことになる。すなわち、上位都市群と下位都市群との分割が生じる。

#### B. モデルについての注意

(B1) このモデルは当然のことながら簡単なものである。特にA4で述べた2種類の群の生成は不連続に、突然起こるものではなく、A3の段階でもすでにその芽生えが見られるであろう。換言すれば、歴史上における現実の都市発展過程とこのモデルが示す都市発展の段階との間には大きな隔りがある。しかし今回我々が都市人口の順位分布の変化を定量的に扱う際の方法として対数順位分布を提案したことの一つの大きな目的は、上位都市群と下位都市群との区分が、判別しにくながらも、少しずつ明確化してきた過程を明らかにしようとする点にある。

(B2) 都市人口の順位分布が偶然性に規定されるということは次のように換言される。すなわち、たとえば、10番目( $i=10$ )の都市の人口がいくらになるか、またそのとき11番目の都市の人口がいくらになるかという点は、ある種の偶然性によって規定され、かつ、20番目の都市の人口も同じ偶然性によって規定されると仮定する。

(B3) 統計的にみた都市人口の順位分布とは関係なく議論していることに注意しよう。しかしこれは両者間に現実に関係がないということではない(ただし、従来この問題がどこまで意識されていたかは疑問である)。今回初歩的なものながら提示した図2の空間モデルにおいては、相互作用域の中に2つの上位都市が存在することはないことを考慮したという点に注目したい。

(B4) 2.2で述べたように、対数順位分布はランダムな原因によって生じる1つの系統性を現わしたものである。しかし対象とする集団が2つの異なった特性によって集団化されている場合、ランダムではあっても、その分布状況は異なる。特に注目されることは、集団を構成する要素の相互作用に応じて、大きい少数個の集団となるか、小さい多数個の集団となるかが異なり、それが(1式中での定数 $H$ の値の差として表示されるということである。

#### 4. 2種類分布の量的表示

今回2種類の対数順位分布がある場合の近似表式を次の形に仮定する。

$$y = Y_A \exp(-i/H_A) + Y_B \exp(-i/H_B) \quad (4)$$

ここに $Y$ ,  $H$ はこの直線の代表値であり、添字A, Bはそれぞれ上位都市群, 下位都市群の区別を示す。また今後両群の交点を $n$ とする。前記した(2)式右辺での定数を求めるに際して、測定値にばらつきが多いとき、または精度の良い近似を得るためには最小二乗法を利用し、コンピューターを用いて次のようにして求める。また計算の便宜上 $H$ のかわりに $L=1/H$ を用いた。

- 1) 第1近似として次の方法を用いる。都市群を直観的に上位都市群A, 下位都市群Bの2つに区分する。いま $H_A$ と $H_B$ とが非常に異なっており、 $H_A \ll H_B$ である場合には2つの直線を直観的に求めることが簡単にできる。たとえば、 $Y_A$ と $Y_B$ とが同程度である場合 $i \ll H_A$ の範囲にあるときは第1項の指数分布は $i$ によって指数的变化をするが、第2項は一定値となり、第1項のみの指数的变化を直線で近似可能となる。他方 $i$ が十分大きく、 $1 \gg H_A$ であれば第1項は零と近似してよいので、第2項のみで簡単に近似し得る。

したがって、いまA群, B群のそれぞれにおいて2都市を代表にとり、その2都市を結ぶ直線から近似解 $Y_1$ ,  $L_1$ を得る。ここに右肩の1は第1近似を意味する。すなわち2都市での諸量を下付き添え字1, 2で区分し、次の計算を行なう。

$$L = -\ln(y_1/y_2)/(i_1 - i_2), \quad Y = y_1 \exp(Li_1)$$

実際には上位都市群の代表を1番および4番目にとり、下位都市群の代表は、全データ数 $m$ にたいして、6番目および $m$ 番目の2都市をとって、近似値 $Y_{A1}$ ,  $L_{A1}$ ,  $Y_{B2}$ ,  $L_{B2}$ を得る。

- 2) 第2近似を求めるとき $Y_{A1}$ ,  $L_{A1}$ ,  $Y_{B2}$ ,  $L_{B2}$ からの外れが小さいとして次のように処理する。  
すなわち

$$\begin{aligned} Y_A &= Y_{A1} + dY_A, \quad L_A = L_{A1} + dL_A \\ Y_B &= Y_{B1} + dY_B, \quad L_B = L_{B1} + dL_B \end{aligned} \quad (6)$$

と置いて(2)式に代入したのち、 $d$ を付して示した微小項について級数展開し、1次の項までどったのち(5)式の形に書き直せば次式が得られる。

$$\begin{aligned} y^* &= y - Y_{A1} \exp(-iL_{A1}) - Y_{B1} \exp(-iL_{B1}) \\ &= \exp(-iY_{A1}) dY_A - Y_{A1} \exp(-iL_{A1}) dL_A + \exp(-iL_{B1}) dY_B - Y_{B1} \exp(-iL_{B1}) dL_B \\ &= AdY_A + BdL_A + CdY_B + DdL_B \end{aligned} \quad (7)$$

これは $dH_A$ ,  $dY_A$ ,  $dY_B$ ,  $dL_B$ について線形であるから、それらの最適値は最小二乗法によって簡単に決定され、(4)式より第2近似を得る。

ただし実際には、第1近似より $n_1$ を求めたのち、まず $n_1 \sim m$ 番都市をもちいてB項の補正を行ない、ついで $1 \sim n_1$ 番の都市を用いてA項のみの補正を行なった。

- 3) 第3近似以降は2)の処理を逐次行ない、適当な回数だけ実施して、十分な精度が得られた段階で計算を終了する。ただしデータのばらつきが多いために、(4)式の補正を直接実行すると、近似

表-1 近似計算における収束の状況

		n	Y <sub>A</sub>	L <sub>A</sub>	Y <sub>B</sub>	L <sub>B</sub>	H <sub>A</sub>	H <sub>B</sub>
1888年	P <sub>1</sub>	3.94	286	0.780	5.71	0.0140	1.28	71.6
	s = 1	3.94	298	0.852	13.83	0.0733	1.17	13.7
	2	3.90	309	0.904	11.56	0.0566	1.11	19.4
	3	3.59	348	1.054	8.79	0.0281	0.9	35.5
	4	3.56	357	1.074	8.53	0.0262	0.93	38.2
	5	3.53	358	1.080	8.71	0.0266	0.9	37.5
	6	3.52	359	1.080	8.78	0.0270	0.9	37.0
	7	3.52	358	1.080	8.77	0.0270	0.9	37.1
	8	3.53	358	1.080	8.76	0.0269	0.9	37.1
	9	3.53	358	1.080	8.76	0.0269	0.9	37.1
	10	3.53	358	1.080	8.76	0.0269	0.9	37.1
	11	3.53	358	1.080	8.76	0.0269	0.9	37.1
12	3.53	358	1.080	8.76	0.0269	0.9	37.1	
1920年	P <sub>1</sub>	4.64	411	0.636	12.66	0.0166	1.57	60.1
	s = 1	4.61	396	0.639	28.38	0.0676	1.57	14.8
	2	4.62	387	0.639	26.43	0.0578	1.57	17.8
	3	4.78	366	0.628	21.61	0.0357	1.60	28.0
	4	5.23	352	0.586	19.22	0.0299	1.71	33.5
	5	5.77	3	0.560	15.90	0.0247	1.79	40.5
	6	5.11	352	0.602	18.83	0.0285	1.66	35.2
	7	5.42	353	0.579	17.85	0.0275	1.73	36.4
	8	5.67	350	0.568	16.05	0.0247	1.76	40.6
	9	5.32	351	0.584	18.26	0.0278	1.71	36.0
	10	5.61	351	0.570	16.54	0.0255	1.75	39.2
	11	5.29	352	0.585	18.42	0.0281	1.71	35.6
12	5.60	351	0.571	16.61	0.0256	1.75	39.0	

Yの単位：10<sup>4</sup>

の発散する場合があるので、(5)式で求めた $dL_A$ その他を用いて(4)式で補正する場合に、重み $p$ を乗じて行なうこととし、近似回数 $s$ におおじて次の値を用いた。

$$p=0.3m(s<5), p=1.2(s>6)$$

- 4) 実施の例として逐次近似における収束の早い明治21年と収束の遅い大正9年とについて計算した結果をP1、P2法によるものと比較して、表1に示す。

我々は、モデルとしてはA1-A4を超通時的に考えるものであるが、以下の具体的検討にあたっては、すでにA4の段階に入っている明治以降の1世紀間を対象とする。A1-A4のモデル全体からみれば短時間であるが、現実的な都市発展を考慮するとき、明治以降の1世紀をとることは十分意味がある。

## 5. 近似結果と都市システムの経年変化

1875～1975(明治9年～昭和50年)に於ける都市人口分布の解析を行なった。

### 5.1 資料と計算

資料は表2のものを用いた。対象都市の数は68～175である。1955年以降は10万人以上の人口を持つ都市を採用した。対数順位分布を解析した結果について、(1)式の自然対数表示の代わりに常用数表示を用い、 $Y$ 、 $L$ 、 $n$ の年次変化を図3に示す。また都市の行政区が1953(昭和28)年の市町村合併促進法以後拡大し、実質的な都市のまわりに広い農山村地域が含まれ、行政区の都市人口と実質的な都市人口(Urban population)との差が大きくなってきたため、後者の値としてDID(人口集中地区)人口が用いられるようになり、1960(昭和35)年以降5年毎に値が示されているので、これについても解析した。その結果も同図に記入してある。

### 5.2 計算結果の特徴

上の結果の特徴を概略的にみると、次のようである。

B1) City(市域)人口の大きさの代表地 $Y_A$ 、 $Y_B$ ともに1930(昭和5)年から1940(昭和15)年の間に急増している。1870～1930年の間は微増、1950年以降やや増加したのち1960年以降は一定ないしやや減少している。また上位都市群、下位都市群ともに年次の経過とともに急激に増大し、100年間に10倍となっており、大略的に $Y_{A1} \approx 26Y_B$ が成立する。

B2) City人口の $H$ 値は各群における都市の大きさの均一性を示すものであり、その逆数 $L$ (都市のばらつき、あるいは直線の勾配)についてみれば、 $L_A$ 、 $L_B$ ともに1920、1930の両年で小さく、他はほぼ同程度である。年次変化は余り大きくないけれども、下位都市群では100年間に1.5倍増

表-2 都市人口資料

年	都市数		採用基準		出典
	市域	DID	市域	DID**	
1875(明治8)	91	—	人口1万人以上の輻輳地	—	明治8年共武政表(1875)
1888(明治21)	124	—	" 市街	—	" 21年日本帝国統計年鑑
1898(明治31)	68	—	行政上の市区に15町1村追加*	—	" 31 "
1908(明治41)	80	—	" 14町追加*	—	" 41 "
1920(大正9)	103	—	" 18町12村追加*	—	大正9年国勢調査報告
1930(昭和5)	109	—	市	—	昭和5年 "
1940(昭和15)	168	—	"	—	" 15 "
1950(昭和25)	150	—	市(人口5万以上)	—	" 25 "
1955(昭和30)	98	—	市(人口10万以上)	—	" 30 "
1960(昭和35)	113	121	" 市	—	" 35 "
1965(昭和40)	131	145	" 市に2町追加	—	" 40 "
1970(昭和45)	150	178	" 市に1町追加	—	" 45 "
1975(昭和50)	175	211	" 市全部	—	" 50 "

\* 人口最小の市(1898)または区(1908、1920)以上の人口をもつ町村

\*\* 人口5万人以上



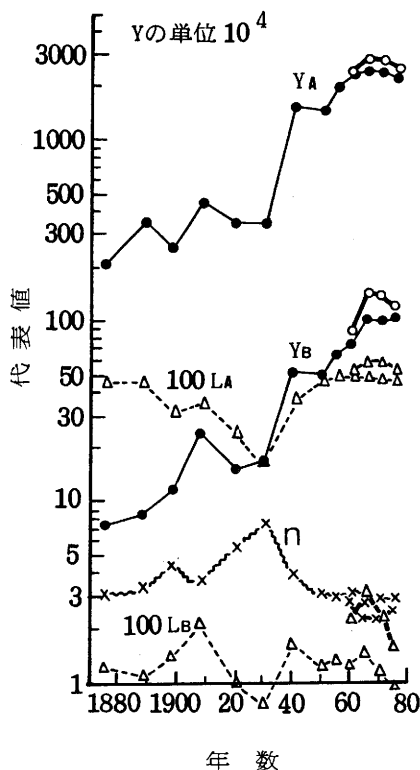


図-3 代表値の経年変化

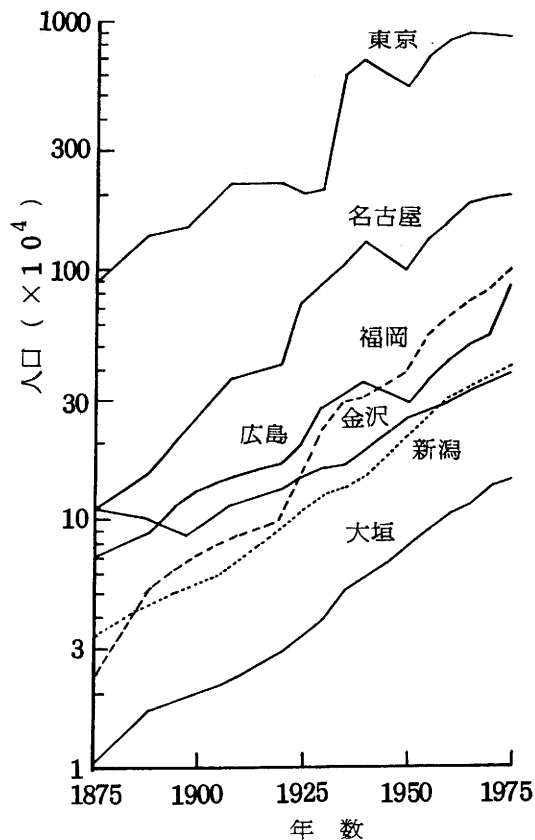


図-4 都市人口の経年変化

大し、上位都市群では一時増大するが、再び旧に復している。

- B3) 上位、下位各都市群の境界点番号  $n$  をみると、1930(昭和5)年に最大値となり、8番目の都市であるが、多くはほぼ同程度で3~4である。またこの変化の時期は1930~1940年の間である。
- B4) DID人口……対象とした年次が少ないので十分な検討は困難であるが、 $N$  値、 $H$  値ともに都市人口と同様な年次変化が見られる。ただし変化が大きく現われていることが特徴である。注目されることは、 $H$  値の増大が著しい点であって、これは都市群中の都市間の差が大きくなること、すなわち特に大きい都市の成長が大きいことを示している。
- B5) 上記B1、B3にみられる1930~1940年の間における急激な変化については、のちに5.3、C4)において検討する。

### 5.3 都市発展の問題

都市発展という点から上の結果を見ると、次のようになる。

- C1) 上記A1、A2よりすれば、両群内ともに各都市ともに同様な人口増を示している。 $Y_A/Y_B$  の比がほぼ一定であることは、両群の成長様式もほぼ同様であることを示している。したがってその比26の値の意味について今後都市構成の観点から検討する必要がある。

- C2) 1920(大正9)年から1930(昭和5)年への増加においては両群内において同様に大きい特徴があり、大きい都市よりも小さい都市の方が人口増が大きい。この特異性の意味も重要である。
- C3) 全体の傾向を見ると、最大の特徴は上位都市群に比べて、下位都市群はばらつきが年とともに増大し、特にDID人口でみた場合に強く見られる。これは都市間の差異が増大することを示す。
- C4) 上記A、Bに述べた各定数の異常は1908年と1930年との間にあり、それを表3にまとめてある。1930年と1940年との間における急増は、この時期に行政的な変化、たとえば都市境界処理が行なわれたことに対応すると思われる。したがって、全結果をなめらかな逐次変化と考えるか、また1930年以前と以後を区分して考えるかという2つの問題を検討する必要がある。この点を検討し、併せてC1の様子を調べるためにいくつかの都市で人口の経年変化を描いて図4に示す。全体として各都市とも同様な増加形式を示しており、C1の結果は実情をよく表示している。しかし東京だけは極めて大きな変化を含み、1930~1935年の間に200万人から600万人へと3倍も増加している。これは東京が周辺町村を合併し、行政域を大きく拡大したためである。この点からすれば、1930~1940年での代表値の異常は、東京都の行政的人口変動に大きく影響されていると言うことが出来る。

表-3 異常値の出現状況

年	$Y_A$	$Y_B$	$L_A$	$L_B$	$n$
1908	—	大	—	大	—
1920	小	小	小	—	大
1930	小	小	小	小	大

- C5) 国内の全都市について上のような領域の変更を検討することは困難であるから、試みに1920~1940年における東京、大阪の2大都市について検討し、修正を行なった。その結果は図3、図4中に示してあるように曲線の急激な変化は消失し、滑らかとなった。すなわち定数の値には行政処理効果が大きい影響を与えたこと、またそれを修正すると定数の変化は年次的にかなり一様な増大を示すことの2点を確認し得た。したがって、代表値の討論においては、東京の行政区域の変更のみならず、むしろ前都市に同様な問題があることを示唆しているけれども、それを詳しく検討することの困難な実情への処理が大きな問題である。

また、この対象とした都市数が不揃いである点、特に最も多い場合と少ない場合との比が2.6にもなっていることは処理結果にもある程度影響するものであり、今後データの取り方について検討を要する。

以上、今回は対数順位分布を都市人口にあてはめて解析し、都市地理学におけるツィプフの法則や都市の階層性についての研究に一石を投じたものであり、具体的には明治以降1世紀の都市人口を取り上げて考察し、C1)~3)の結果を得た。しかし一方、データの取り方自体に問題があって、どのようなデータを使用するかといった問題点C4~7)をも指摘した。これらについての具体検討は数学的な観点ではなく、むしろ都市地理学の観点から扱われるべきであろう。また、3.1に述べたこれまでの都市人口の順位分布に関する研究との対応が、必ずしも十分でない点にも留意する必要がある。

## 6. 結 語

以下、これまでの考察を要約し、結語とする。

- 1) 都市人口分布についてツィプフの順位分布が用いられているが、その分布の生成因については不明である。ここではランダムな発生を想定することを述べ、それに応じて対数順位分布を用いるを述べた。この分布がガウス分布での大きい値付近での一近似であることについては前報で述べている。
- 2) 対数順位分布の適用については2種の組み合わせをとり、代表定数 $Y$ 、 $H$ を用いて、人口 $y$ の順位 $i$ による変化を次式で近似した。

$$y = Y_A \exp(-i/H_A) + Y_B \exp(-i/H_B)$$

群Aを上位都市群、Bを下位都市群に対応させ、代表定数 $Y_A$ 、 $H_A$ 、 $Y_B$ 、 $H_B$ を求めた。

近似過程での技術的問題についても記した。

- 3) 日本国内での1875～1975年の1世紀間における都市人口の順位分布について代表定数の経年変化を求めた結果、代表人口 $Y_A$ 、 $Y_B$ が1930～1940年で急激に増大すること、しかし平均的に $Y_A/Y_B \approx 26$ が成立し、群構成がこの100年間ほぼ同型であることその他の結果を得た。またこの討論においては使用する資料について検討を要すること、特に行政区域が変更されることの影響が大きいことも指摘した。

今回の考察は都市人口の順位分布を論じるとき1)が好都合である点に主眼をおいたものであり、これまでの人口の順位分布の研究との対応については、今後十分な考察を要する。

## 文 献

- 1) 成田幸三：ランクサイズルールの検証、『織田武雄先生退官記念 人文地理学論叢』(1971), 大明堂, 91-103
- 2) 鈴木啓祐：『空間人口学』(1980), 大明堂, 371-397
- 3) 中峠哲朗, 坂手克士：急冷結晶へき開片の二三の性質, 福井大工報, 18 (1970) 229
- 4) 中峠哲朗, 立川敏明：急冷KCl結晶の自然へき開のシミュレーション, 応用物理, 40 (1971) 946
- 5) 中峠哲朗, 石原恒夫, 坂手克士：鉄鋼中の結晶粒分布の順位分布表示法, 福井大工報, 19 (1971) 167
- 6) 中峠哲朗, 若林繁, 沢田紀久男：衝撃破壊面の粗さの表示, 福井大工報, 19 (1971) 161
- 7) 中峠哲朗, 高山礎：ガウス分布と対数順位分布との関連, 福井大工報, 31 (1983) 229
- 8) Guseyn-Zade: A Zipf-Type Formula for a Set of Noninteracting Urban Places, Soviet Geography, 8 (1977) 56-59
- 9) Masayoshi KIKUCKI: The Rank-Size Rule of a Set of Cities with No or Weak Interaction, A Case Study in Japan, Ann. Tohoku Geogr. Assoc., 38 (1986) 180-186

