

はん用 CAD における節点挿入による B スプライン曲線の局所修正法

本田 知己* 三田村 謙三** 岩井 善郎*

Local Modification Method for B-Spline Curve by Insertion of Knots in the General CAD System

Tomomi HONDA, Kenzo MITAMURA and Yoshiro IWAI

(Received Feb. 29, 2000)

Computer-aided design (CAD) systems are being used for total design from conceptual design to detailed design. In general it is difficult to modify the resultant curve in the present CAD systems. However, for a designer faithful reproduction of image is crucial. Hence, the present study concerns with the development of new method for the modification of B-spline curve. The method essentially involves localized insertion of additional knots. The area of influence of each control point become very restricted due to the increase in number of control points. This will in turn help in the local modification of curve and in achieving mathematical smoothness. In addition, we also propose another novel method based on combination of two ways of insertion of knots and inverse transformation, for local modification of B-spline curve.

Key Words : Design, Design Engineering, CAD, Curve Generation, Modification Method, Spline Curve, Knot

1. 緒 言

意匠設計では、デザイナーは CAD を利用してイメージした曲線や曲面形状を CRT 上で視覚的に判断しながら創り出し、変形、修正を行っていく。形状の修正がグローバルからローカルな領域へと移行するのにもなって、修正を必要としない部分に影響を及ぼすことなく、局所的に修正することが必要になる。しかし、はん用 CAD ではこのような機能が十分ではなく、独自に自由曲線を生成する方法や、形状を局所的に修正する方法を開発する必要がある。

CAD/CAM システムの自由曲線には、一般に Bezier 曲線や B スプライン曲線が用いられている。

* 機械工学科, ** NTT(株)

Bezier 曲線は 1 個の制御点を変更すると、その影響は曲線全体に及ぶため、局所的な修正を必要とする曲線としては不都合である。これに対し、Bスプライン曲線の中でもリーゼンフェルトスプライン曲線は、(次数+1)個の制御点にのみ影響を受け、各制御点の影響は曲線全体に及ばない。そのため、制御点の位置を変更した場合でも曲線全体が変形することはない、局所修正に適している。Bスプライン曲線の局所修正法としては、節点挿入と次数上げによる修正法⁽¹⁾、C²連続と補間の性質を保ったまま制御点で形状を局所修正できる補間曲線を用いる方法⁽²⁴⁾、著者らが提案した逆変換により曲線形状は変えずに制御点を自由に増加させて修正する方法⁽⁵⁾などがある。しかし、補間曲線を用いる修正法では、データ点の変更ごとに曲線全域にわたって方程式を解き直す必要があるだけでなく、局所性を制御するために通過点から制御点を求める必要がある。一方、著者らの方法では、制御点を次々に増加することにより、修正を必要としない場所にまで制御点を均等に増加させてしまう欠点があった。これらの方法に比べて、節点挿入による修正法は取り扱いの容易さと柔軟性の点で優れているものと考えられる。

本研究では、リーゼンフェルトスプラインをBスプライン曲線として扱い、Bスプライン曲線における節点挿入の手法を汎用 CAD に応用し、曲線の局所修正における有効性について検討を行った。その結果をもとに、さらに前報の逆変換を用いた修正法⁽⁵⁾と複合化させたBスプライン曲線の局所修正法を開発しようとした。

2. 節点の挿入による制御点の局所的増加法

Bスプライン曲線では制御点ごとにBスプライン関数が存在する。この関数は全パラメータ範囲($-\infty < t < \infty$)で定義されているが、あるパラメータ範囲においてのみ有効で、それ以外の範囲では0となる。例えば、図1の3次Bスプラインの場合、パラメータ $t=0$ から $t=1$ までの区間に Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 の制御点に関与するが Q_4 は関与しない。同様に、 $t=1$ から $t=2$ までの区間に Q_0 は関与しない。このように、各パラメータの区間で、制御点の有効となったり無効となったりする節目を節点といい、その節点を数値の列として与えるものがノットベクトルである⁽⁶⁾。一般に、ノットベクトル T は次のように表される。

$$T = [t_0, t_1, t_2, t_3, \dots, t_{k+n}] \quad \dots \cdot (1)$$

$N=(n+1)$:制御点数, k :階数

また、Bスプライン関数を定義する要素は、階数、制御点、節点であるが、それらには次のような関係が成り立つ。

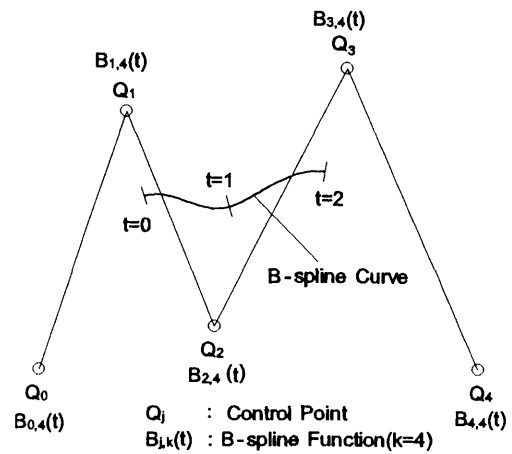


Fig.1 Relationship between some knots and B-spline function

(節点数) = (制御点数) + (階数)

したがって、階数を変えなければ、節点1個の挿入は制御点1個の増加を意味する。

初期のノットベクトル $T = [t_0, t_1, \dots, t_i, t_{i+1}, \dots, t_{k+n}]$ 上で B スプライン曲線が定義されているとすると、

$$P(t) = \sum_{j=0}^k B_{j,k}(t) Q_j \quad \dots \dots \dots (2) \quad B_{j,k}(t) : B \text{ スプライン関数}, Q_j : \text{制御点}$$

挿入後の新しい節点 u を t_i と t_{i+1} 間に挿入 ($t_i < u \leq t_{i+1}$) した場合、挿入前のノットベクトル T と新しいノットベクトル T' の関係は、

$$\begin{aligned} T &= [t_0, t_1, \dots, t_i, t_{i+1}, \dots, t_{k+n}] \\ T' &= [t_0, t_1, \dots, t_i, u, t_{i+1}, \dots, t_{k+n}] \\ &= [t'_0, t'_1, \dots, t'_i, t'_{i+1}, t'_{i+2}, \dots, t'_{k+n+1}] \\ t'_j &= t_j \quad (j \leq i) \\ t'_{i+1} &= u \quad \dots \dots \dots (3) \\ t'_{j+1} &= t_j \quad (j \geq i+1) \end{aligned}$$

である。新しいノットベクトルにより定義される B スプライン曲線は

$$P(t) = \sum_{j=0}^k B'_{j,k}(t) Q'_j \quad \dots \dots \dots (4)$$

で表される。ここで、 $B'_{j,k}(t)$ 、 Q'_j は、それぞれ新しいノットベクトル T' により定義される B スプライン関数と制御点であり、 Q'_j は次式で表される。

$$Q'_j = (1 - \alpha_j) Q_{j-1} + \alpha_j Q_j \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 α_j は、

$$\alpha_j = \begin{cases} 1 & (j \leq i-k+1) \\ \frac{t_i - t'_j}{t'_{j+k} - t'_j} = \frac{t_i - t_j}{t_{j+k} - t_j} & (i-k+2 \leq j \leq i) \\ 0 & (j \geq i+1) \end{cases} \quad \dots \dots (6)$$

である。つまり、新しい制御点 Q'_j は、線分 $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ を $\alpha_j : 1 - \alpha_j$ の比に分割する点となる。

3. プログラムの構築と実行結果

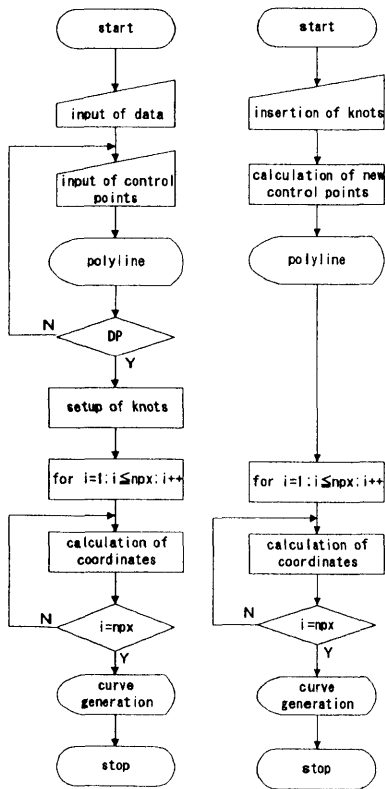
ここでは、はん用 CAD として CAD の機能を簡単にカスタマイズでき、種類の異なる CAD とデータ互換性がある Autodesk 社製の Auto CAD R12J を用いた。Auto CAD ではカスタマイズ用の言語として独自の Auto LISP と一般的な C 言語がサポートされているが⁽⁷⁾、ここでは C 言語を用いた。

3.1 節点の挿入方法

節点の挿入を行うデバイスとしてはマウスを用いた。節点に値はあるが座標はないので、生成されたBスプライン曲線上における節点の位置は CRT 上に表示されない。そこで自作の節点挿入のプログラムでは、デザイナーが極力節点を意識せずに、曲線上の1点(データ点)をマウスでクリックすることにより、新しい節点 u を挿入できるように工夫した。

3.2 フローチャート

図 2(a)はBスプライン曲線生成のフローチャートである。まず初期データとして、Bスプライン曲線の次数(jisu)及び制御点間の分割区分数(kubun)を入力する。次に、マウスを使用して制御点の入力を繰り返し、リターンキーを押して終了し、節点をシェーンバーグ・ホイットニの条件⁽⁸⁾を満たすように設定する。その後、カウンタ i が1から分割区分数の総数 npx まで曲線座標の計算を行い、その結果をもとに曲線を作図して終了する。 npx は $[kubun \times (kosu - 1) + 1]$ で与えられる。ここで、 $kosu$ は制御点の個数である。図 2(b)に節点挿入のフローチャートを示す。生成された曲線に節点を挿入し、挿入された節点の区間に関わっている制御点のみ前章の式(2)~(6)の手順で新たに求め直される。その後、図 2(a)における節点の設定後の計算過程と同様に曲線座標の計算を行い、曲線を作図して終了する。



(a) B-spline curve generation (b) Insertion of knots

Fig.2 The process of B-spline curve generation and insertion of knots

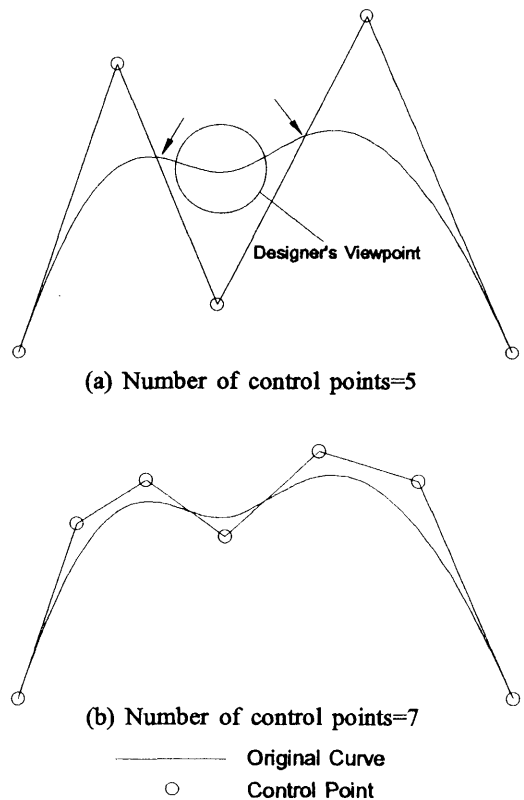


Fig.3 The increase of the number of control point by insertion of knots

3.3 プログラムの実行結果

図2のフローチャートに基づき、実際に節点挿入を行い作図した一例を図3に示す。図3(a)は、節点を挿入する前の3次Bスプライン曲線である。デザイナーの視野が図中に円で囲むようなローカルな領域に移った場合、その周辺に制御点の増加が必要になる。図中の矢印部分にマウスを使って節点を2個挿入した後、生成した曲線を図3(b)に示す。曲線の形状は全く変化することなく、意図した場所の近くに2個の新たな制御点が生成されたことがわかる。

図4は、Bスプライン曲線をデザイナーのイメージする曲線に修正するために、節点の挿入により局所修正を試みた過程を示したものである。5個の制御点の中の1点(図(a)中の●で示す点)を移動させて形状を変化させる場合、デザイナーの視野よりも大きな範囲にまで変形が及び、イメージした曲線とは著しく異なっている。そこで、図(b)の矢印で示す部分に節点を4点挿入し、新しく生成された制御点の1点(図(b)中の◎で示す点)を移動する。これによりイメージに近い修正を行うことができた。このプログラムでは、必要に応じて節点の挿入、制御点の移動が可能であるので、これらの操作の繰返しによって、他の部分に影響を及ぼさずにイメージに近い修正ができる。ただし、最初に描くBスプライン曲線は節点の間隔が一定なノットベクトルで生成されるのに対して、節点を挿入した場合、曲線は局所的に間隔の異なるノットベクトルで生成される。このため、同じ制御点群により曲線を生成しても、ノットベクトルが変わることにより曲線形状は変化する場合がある。CAD/CAMシステムなどに節点挿入による局所修正法を適用する場合、同じ制御点からいつでも同じ曲線を生成できることが重要になる。そこで、本研究で作成したプログラムでは制御点だけではなくノットベクトルの値も保存することにより、曲線形状の再現性を保証できるように工夫した。

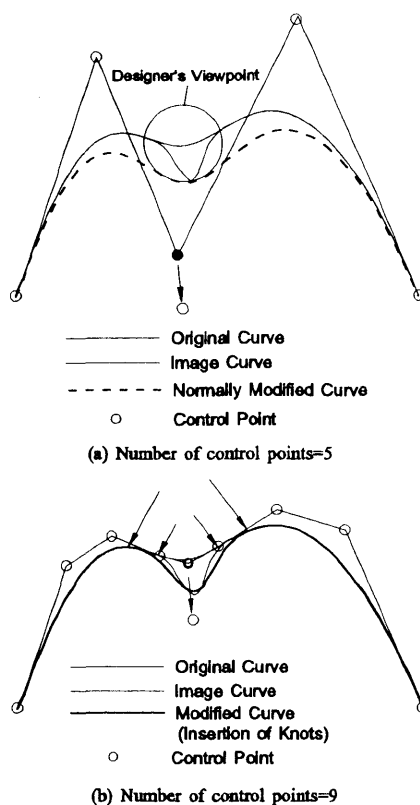


Fig.4 Local modification for B-spline curve by insertion of knots

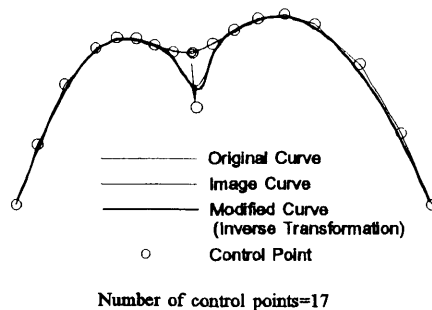


Fig.5 Local modification for B-spline curve by inverse transformation

そこで、本研究で作成したプログラムでは制御点だけではなくノットベクトルの値も保存することにより、曲線形状の再現性を保証できるように工夫した。

4. 逆変換を用いた制御点の増加法との比較

Bスプライン曲線の局所修正法として、本研究の節点を挿入する方法を前報⁽⁴⁾の逆変換によって制御点を増加する方法と比較した。図5は図4(a)のBスプライン曲線について、逆変換による制御点の増加により修正を行った結果である。逆変換により新しく生成された制御点の1点(図中の◎で示す点)を移動する。これにより、イメージした曲線にほぼ近似した修正を行うことができる。しかし、曲線全体に制御点が分布するため曲線は見づらくなる。

次に、図4(b)、図5に示した修正結果を拡大し、併せて示すと図6のようになる。修正前のBスプライン曲線に対して、制御点を増加せずに修正を行った場合と比較して、両局所修正法ではほぼイメージに近い修正を行うことができたことがわかる。したがって、節点挿入による方法では制御点の増加が意図した部分に限定されていて見やすいことから、修正箇所が非常に狭い場合には、節点挿入による方法が有効になる。一方、曲線全体にわたって修正を要する場合は、制御点の増加を節点挿入により一点ずつ行うよりも、逆変換により曲線全体に一括して行う方が効率的であるので、逆変換による方法が有効になるものと考えられる。

5. 逆変換と節点挿入による方法の複合化

前章では、逆変換と節点挿入による方法の違いを明らかにしたが、両方法の長所を複合化させると、さらにデザイナーの視野の変化に対応した局所修正が可能になるものと考えられる。図7は逆変換後に節点の挿入を行った結果である。デザイナーの視野が曲線の広範囲に及ぶ場合(図7(a))は、逆変換によって制御点を増加させた方が効率的であるため、図7(a)をもとに逆変換を行う(図7(b))。その後、デザイナーの視野が図7(b)の円内のローカルな領域に移るのにもない、逆変換では制御点の影響範囲がわかりにくくなるので、図中の矢印で示す2カ所に節点を挿入する。その結果、図7(c)に示すよ

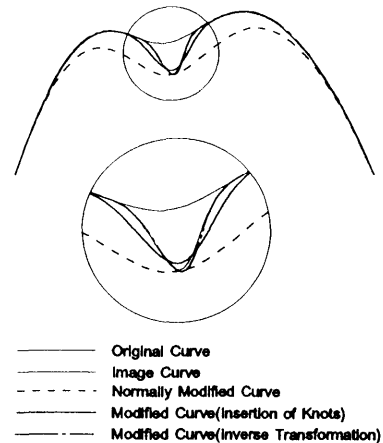


Fig.6 Comparison between the two local modification methods

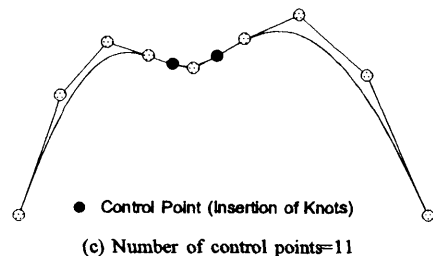
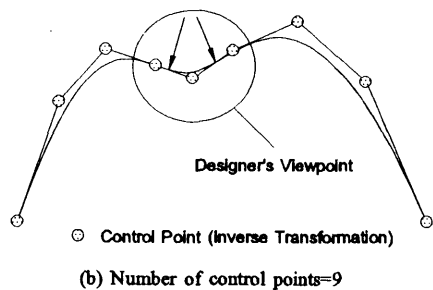
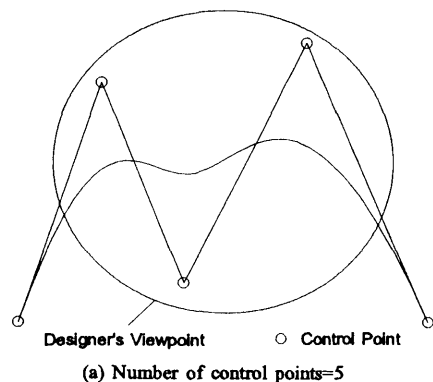


Fig.7 Combination of two ways of insertion of knots and inverse transformation

うに局所的に制御点を増加させることができる。

したがって、本研究で検討した節点挿入による方法と逆変換による方法を組合わせた局所修正法は、デザイナーの視野の移動やその大きさの変化に対応して効率的に局所修正できることが明らかとなった。

6. 結 言

節点挿入法をはん用 CAD に応用して、自由曲線の局所修正における有効性について検討した。さらに、逆変換と節点挿入の両方法の複合化による B スプライン曲線の新しい局所修正法の構築を試みた。得られた結果は以下の通りである。

- (1) B スプライン曲線に節点を挿入することによって、曲線の形状を保持したまま、デザイナーの視野に応じた任意の領域に制御点を増加させることが可能となり、曲線の局所修正ができる。この場合、修正後も一本の B スプライン曲線であるため、その滑らかさは失われない。
- (2) 節点挿入と逆変換の方法を複合化することにより、デザイナーの視野の移動やその大きさの変化に合わせた B スプライン曲線の局所修正が可能となる。
- (3) 本研究で作成した B スプライン曲線生成および節点挿入のプログラムは、はん用 CAD の機能として利用可能であり、自由曲線の生成や局所修正に柔軟に対応することができる。

参考文献

- (1) W. Boehm · G. Farin · J. Kahmann, Computer Aided Geometric Design, 1, (1984), 1-60.
- (2) Kai-Ching, Computer&Graphics, 14-2, (1990), 281-288.
- (3) 古川 · 伊藤 · 黒田 · 清水, 精密工学会誌, 58-4, (1992), 715-719.
- (4) 黒田 · 古川 · 木村, 精密工学会誌, 60-1, (1994), 65-69.
- (5) 本田 · 谷口 · 岩井, 機論, 61-591, (1995), 4536-4541.
- (6) 山口, 形状処理工学 [I] [II], (1982), 日刊工業新聞社
- (7) オートディスク社, Auto CAD ADS 入門, (1992), 2, オーム社
- (8) 吉村 · 高山, パソコンによるスプライン関数, (1988), 43, 東京電機大学出版局

